

# Ausarbeitung Versuch 245 Induktion

Lucas Eekhof

## Einleitung

### Motivation

Die Induktion von Strömen durch Magnetfelder ist ein wesentlicher Effekt, der in der modernen Technik überall Anwendung findet: Von der Stromerzeugung, über Motoren, bis hin zum Empfangen und senden von Signalen ist die Ausnutzung des Effektes unerlässlich. In diesem Versuch soll das Phänomen durch die Variation verschiedener Parameter in einem Kontrollierten Aufbau aus einer Helmholtz- und einer Induktionsspule quantisiert und geprüft werden. Zudem ermöglicht der Aufbau uns eine Messung des Erdmagnetfeldes.

### Physikalischer Hintergrund

Grundlegend für den Effekt der Induktion ist die dritte Maxwellgleichung, das Induktionsgesetz. Hier ist die integrale Form nützlich:

$$\oint_{\partial A} \vec{E} ds = - \int_A \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{A} \quad (1)$$

Anschaulich ist ihre Bedeutung, dass eine zeitliche Änderung der Summe der Komponenten der Magnetfeldlinien orthogonal zu einer Fläche eine Zirkulation des Elektrischen Feldes um diese Fläche verursacht. Das führt beispielsweise bei einem Feld durch die Mittelachse einer Spule zur Induktion einer Spannung innerhalb dieser Spule. Man erkennt leicht, dass diese Spannung proportional zur Windungszahl und zur Rate der Änderung des Magnetfeldes sein muss. Dabei ist aufgrund der Gleichwertigkeit aller Bezugssysteme egal, ob das Magnetfeld sich ändert, oder die Spule sich bewegt.

### Induktion durch Rotation

Betrachtet man beispielsweise die induzierte Spannung  $U_{ind(t)}$  in einer Spule der Windungszahl  $N$  und Fläche  $A$ , die mit der Frequenz  $\omega$  orthogonal zum Magnetfeld der Stärke  $B$  rotiert, so gilt:

$$U_{ind(t)} = -BAN\omega \sin(\omega t) \quad (2)$$

Dies folgt auch aus der Betrachtung der Spannung als der Ableitung des elektrischen Potentials, welches wiederum mit dem elektrischen Feld korreliert ist.

### Induktion durch Magnetfeldänderung

Betrachtet man nun das homogene Magnetfeld einer Helmholtzspule, durch welche ein Wechselstrom mit der Kreisfrequenz  $\Omega$  fließt, so wird in einer ruhenden Induktionsspule deren Flächennormale im Winkel  $\alpha$  zu diesen Feldlinien ausgerichtet ist die Spannung erzeugt nach:

$$U_{ind(t)} = BAN\Omega \cos(\alpha) \sin(\omega t) \quad (3)$$

### Bestimmung des Erdmagnetfeldes

Durch Messungen zur Induktion lässt sich außerdem die Stärke des Erdmagnetfeldes berechnen. Dazu wird eine Induktionsspule mit der Drehachse nach Norden hin ausgerichtet, auch ohne willentlich ein Magnetfeld anzulegen wird bei Rotation nun eine Spannung induziert. Kompensiert man nun mithilfe einer Helmholtzspule den Vertikalen Betrag, lassen sich aussagen sowohl über die vertikale Komponente, wie auch den Absolutwert, und damit die Tangentialkomponente des Feldes machen.

## Versuchsanordnung

### Material und Messgeräte

Die folgenden Geräte und Messapparaturen werden für den Versuch verwendet:

- Oszilloskop
- Leistungsfunktionsgenerator
- Antriebsmotor mit Treibriemen
- Diverse Netzteile
- Multimeter
- Kompass
- RC-Filter
- Helmholtzspule (Durchmesser = 295 mm, Spulenabstand =  $(147 \pm 5)$  mm, Windungszahl pro Spule = 124)
- Drehbar gelagerte Induktionsspule mit Winkelskala (Windungszahl = 4000, Fläche mit geschätztem Fehler =  $(41,7 \pm 0,5)$  cm<sup>2</sup>)
- 

### Anordnung

Die drehbare Induktionsspule wird im Zentrum der Helmholtzspule gelagert, wobei die Helmholtzspule mit ihrer Symmetrieachse normal zum Boden steht, die Drehachse der Induktionsspule ist parallel zum Boden ausgerichtet. Die Induktionsspule kann über den Treibriemen vom Antriebsmotor in Drehung versetzt werden, welcher zur Regelung an ein eigenes Netzteil angeschlossen ist. Die Winkelskala der Induktionsspule ist seitlich ablesbar, die Spule selbst wird in das Oszilloskop eingekoppelt. Die Helmholtzspule ist an ein Netzteil angeschlossen, welches einen konstanten Strom, oder aber sinusförmigen Wechselstrom erzeugen kann.

Um das Erdmagnetfeld zu messen, wird der Sinusgenerator wieder von den Helmholtzspulen abgekoppelt, und der Spulenaufbau mit der Induktionsspulendrehachse nach Norden ausgerichtet. Zusätzlich wird ein Tiefpassfilter vor dem Oszilloskopeingang eingekoppelt.

Zur Messung des Erdmagnetfeldes wird außerdem zur Signalbereinigung ein Tiefpassfilter vor dem Oszilloskop eingekoppelt.

## Messprotokoll

Alle Messungen wurden dem Video unter <https://www.youtube.com/watch?v=YVklQTQuWls> am 15.03.2021 entnommen.

### Vorversuch

Um einleitend eine qualitative Beobachtung zu machen, wird ein Strom von circa 5 A durch die Helmholtzspule geleitet. Wird nun die Induktionsspule in Drehung versetzt, wird in ihr aufgrund des oben erläuterten Induktionsgesetzes (2) eine Spannung induziert. Ihr zeitlicher Verlauf wird mit dem Oszilloskop beobachtet, und ist wie erwartet sinusförmig. Bei einer Erhöhung der Induktionsspulendrehfrequenz erhöht sich, ebenso der Erwartung entsprechend, die Frequenz und Amplitude des beobachteten Sinussignals.

## Messungen mit Induktionsspulendrehung

### Induzierte Scheitelspannung in Abhängigkeit der Drehfrequenz

Zu Beginn wird die Drehfrequenz  $f_{rot}$  der Induktionsspule am Netzteil des Motors von 3 Hz bis 15 Hz in Schritten von 3 Hz variiert, und die induzierte Spannung  $U_{ind}$  gemessen. Der Spulenstrom beträgt hierbei  $(4,7 \pm 0,1)$  A. Man erhält die Messreihe, mit geschätzten Fehlern:

Tabelle 1: Induzierte Spannungen in Abhängigkeit der Drehfrequenz

Messung	Frequenz [Hz] $\pm 0,100$ Hz	Spannung [ $V_{pp}$ ] $\pm 0,100 V_{pp}$
1	3,3	1,2
2	5,9	3,2
3	8,8	5,7
4	11,8	8,4
5	15,0	11,1

### Induzierte Scheitelspannung in Abhängigkeit des Magnetfeldes

Nun wird bei einer konstanten Drehfrequenz von 10 Hz das Magnetfeld variiert, dazu läuft der Spulenstrom  $I_L$  von 0,500 A bis 5 A in Schritten von 0,500 A. Man erhält für die induzierte Spannung  $U_{ind}$  die Messreihe:

Tabelle 2: Induzierte Spannungen in Abhängigkeit des Magnetfeldes durch Spulenstrom

Messung	Strom [A] $\pm 0,100$ A	Spannung [ $V_{pp}$ ] $\pm 0,100 V_{pp}$
1	0,5	0,9
2	1,0	1,8
3	1,5	2,2
4	2,0	3,0
5	2,5	3,6
6	3,0	4,2
7	3,5	4,9
8	4,0	5,5
9	4,5	6,2
10	5,0	6,9

## Messungen mit fester Induktionsspule und Periodischem Magnetfeld

### Induktionsspannung in Abhängigkeit des Drehwinkels

Bei einer periodischen Sinusspannung von  $(103,0 \pm 0,1)$  Hz in der Helmholtzspule wird die induzierte Spannung  $U_{ind}$  in der Induktionsspule gemessen, wobei zwischen den Messungen der Drehwinkel  $\alpha$  der Spule in Schritten von etwa  $30^\circ$  variiert wird. Man erhält:

Tabelle 3: Induzierte Spannungen in Abhängigkeit des Drehwinkels

Messung	Drehwinkel $\alpha$ [ $^\circ$ ] $\pm 5^\circ$	Spannung [ $V_{pp}$ ] $0,100 V_{pp}$
1	0	7,0
2	30	6,1
3	63	3,4
4	92	0,4
5	121	4,1
6	150	6,4
7	177	7,1

### Induktionsspannung in Abhängigkeit der Wechselspannungsfrequenz

Nun wird die Frequenz  $f_U$  der Sinusspannung in der Helmholtzspule variiert, und die induzierte  $U_{ind}$  Spannung gemessen. Dabei wird der Frequenzbereich von 20 Hz bis 200 Hz in 20 Hz-Schritten abgeprüft, der Bereich von 200 Hz bis 2000 Hz in Schritten von 200 Hz. Die Spannung in der Helmholtzspule beträgt hierbei  $(9,4 \pm 0,1)$  V. Man erhält folgende Werte:

Tabelle 4: Induzierte Spannung in Abhängigkeit der Wechselspannungsfrequenz

Messung	Frequenz $f[\text{Hz}] \pm 1\%$	Induktionsstrom $I_I[\text{A}] \pm 1\%$	Induktionsspannung $U_I [\text{V}_{\text{pp}}]$
1	$20,8 \pm 0,2$	$0,558 \pm 0,006$	$2,8 \pm 0,1$
2	$40,0 \pm 0,4$	$0,448 \pm 0,004$	$4,3 \pm 0,1$
3	$59,5 \pm 0,6$	$0,355 \pm 0,004$	$5,2 \pm 0,1$
4	$79,7 \pm 0,8$	$0,286 \pm 0,003$	$5,6 \pm 0,1$
5	$99,4 \pm 1,0$	$0,239 \pm 0,003$	$5,8 \pm 0,1$
6	$119,9 \pm 1,2$	$0,202 \pm 0,002$	$5,9 \pm 0,1$
7	$138,8 \pm 1,4$	$0,177 \pm 0,002$	$6,0 \pm 0,1$
8	$165,1 \pm 1,7$	$0,151 \pm 0,002$	$6,1 \pm 0,1$
9	$178,5 \pm 1,8$	$0,140 \pm 0,001$	$6,2 \pm 0,1$
10	$200 \pm 2$	$0,125 \pm 0,001$	$6,2 \pm 0,1$
11	$405 \pm 4$	$0,063 \pm 0,001$	$6,3 \pm 0,1$
12	$602 \pm 6$	$0,042 \pm 0,001$	$6,3 \pm 0,1$
13	$800 \pm 8$	$0,032 \pm 0,001$	$6,4 \pm 0,1$
14	$1000 \pm 10$	$0,026 \pm 0,001$	$6,4 \pm 0,1$
15	$1190 \pm 12$	$0,022 \pm 0,001$	$6,4 \pm 0,1$
16	$1400 \pm 14$	$0,018 \pm 0,001$	$6,4 \pm 0,1$
17	$1580 \pm 16$	$0,016 \pm 0,001$	$6,4 \pm 0,1$
18	$1860 \pm 19$	$0,014 \pm 0,001$	$6,6 \pm 0,1$
19	$1970 \pm 20$	$0,013 \pm 0,001$	$6,6 \pm 0,1$

### Beobachtung des Verhaltens bei hoher Wechselspannungsfrequenz und langsamer Spulendrehung

Es wird qualitativ der Verlauf der induzierten Spannung beobachtet, wenn zusätzlich zu einer hohen Wechselspannung in der Helmholtzspule die Induktionsspule langsam rotiert wird. Am Oszilloskop ist so weiterhin die höhere Induktionsspannungsfrequenz durch die Wechselspannung in der Helmholtzspule erkennbar, allerdings wird diese über die Rotationsfrequenz der Induktionsspule moduliert. Es entsteht eine Schwebung der Signale.

### Messungen zum Erdmagnetfeld

Die Konfiguration wird zur Messung des Erdmagnetfeldes umgebaut.

#### Erdmagnetfeldmessung ohne Kompensation

Zunächst wird die Helmholtzspule nicht an die Spannungsquelle angeschlossen, es erfolgt keine Kompensation der vertikalen Erdmagnetfeldkomponente. Die Messung erfolgt bei einer Rotationsfrequenz der Induktionsspule von  $(18,4 \pm 0,1)$  Hz. So ergibt sich eine Peak-to-Peak-Induktionsspannung von  $(0,184 \pm 0,005)$  V.

#### Erdmagnetfeldmessung mit Kompensation

Nun wird im gleichen Aufbau die Helmholtzspule wieder an die Spannungsquelle angeschlossen, um die vertikale Erdmagnetfeldkomponente zu kompensieren. Bei einer Rotationsfrequenz von  $(18 \pm 1)$  Hz misst man bei einem Helmholtzspulenstrom von  $(0,064 \pm 0,001)$  A eine Peak-to-Peak-Induktionsspannung von  $(0,021 \pm 0,001)$  V.

## Auswertung

Alle für die Auswertung verwendeten Scripte finden sich der Ausarbeitung beigelegt. Zu beachten ist, dass im Datensatz alle Spannungswerte und ihre Fehler halbiert wurden (s. u.).

Es wurde bei den Messungen stets die Spitze-Spitze-Spannung gemessen, für die verwendeten Berechnungen ist allerdings immer die Spannung vom Nullniveau aus relevant. In allen folgenden Berechnungen ist daher mit „Spannung“ gerade diese gemeint, um sie zu erhalten wird die Spitze-Spitze-Spannung, sowie ihr Fehler, halbiert.

## Induktionsgesetz

Es werden die Daten mit Fehlern geplottet, und mit dem Orthogonal-Distance-Regressionsalgorithmus ein gerade Fit angelegt - Auffällig ist, dass für einen guten Fit ein Offset nötig ist, siehe dazu die Diskussion. So erhält man:

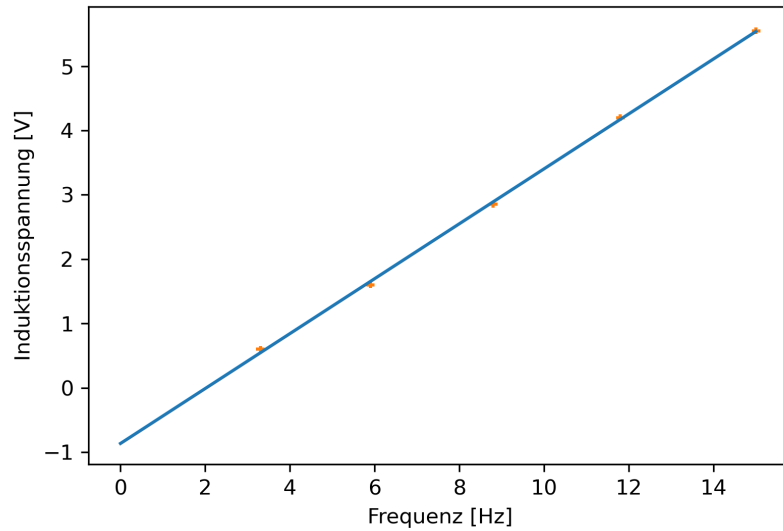


Abbildung 1: Die Messwerte für die induzierte Spannung bei verschiedenen Rotationsfrequenzen mit Fitgerade

Und damit für die Steigung mit Standardfehler den Wert:  $(0,4270 \pm 0,0058) \text{ Wb}$ .

Die Ergebnisse für den Strom werden analog behandelt, man erhält:

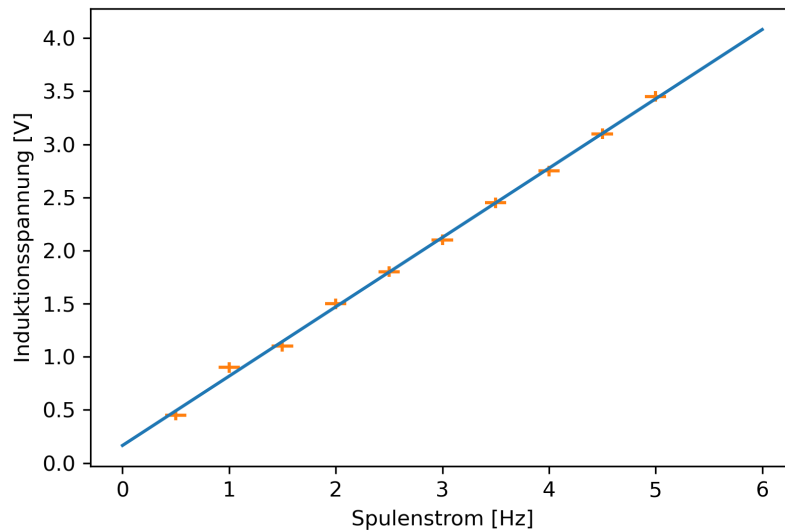


Abbildung 2: Die Messwerte für die induzierte Spannung bei verschiedenen Spulenströmen mit Fitgerade

Die Steigung mit Standardfehler ist dann:  $(0,6527 \pm 0,0089) \Omega$ .

Es wird nun aus der Geradensteigung  $\Phi$  im Frequenzdiagramm das Magnetfeld im Inneren der Helmholtzspule berechnet. Dazu wird zunächst die Gleichung (2) nach B umgestellt, und, da es sich bei den Werten um Scheitel-

spannungen handelt, der Sinus auf 1 gesetzt. So ergibt sich:

$$B = -\frac{U_{ind}}{f} \frac{1}{2\pi AN} = \frac{\Phi}{2\pi AN} \quad (4)$$

Wobei wir hier nur den Betrag betrachten wollen, und  $\frac{U_{ind}}{f} = \Phi$  als die Steigung der Fitgeraden bereits bekannt ist. Man erhält für den Fehler von  $B$ :

$$\Delta B = \sqrt{\left(\frac{\partial B}{\partial \Phi} \Delta \Phi\right)^2 + \left(\frac{\partial B}{\partial A} \Delta A\right)^2} \quad (5)$$

$$= \sqrt{\left(\frac{1}{2A\pi N} \Delta \Phi\right)^2 + \left(\frac{\Phi}{2A^2\pi N} \Delta A\right)^2} \quad (6)$$

$$= B \sqrt{\left(\frac{\Delta \Phi}{\Phi}\right)^2 + \left(\frac{\Delta A}{A}\right)^2} \quad (7)$$

Was also insgesamt für den experimentellen Wert liefert:  $B_{exp} = (4,0743 \pm 0,0738) \cdot 10^{-3} \text{ T}$ . Theoretisch würde man nach der Gleichung für Helmholtzspulen  $B_{theo} = \frac{8}{\sqrt{125}} \mu_0 \frac{NI}{d}$  mit dem Spulenabstand  $d$  erwarten dass das Feld in der Spulenmitte nach der Fehlerrechnung

$$\Delta B_{theo} = \sqrt{\left(\frac{\partial B_{theo}}{\partial I} \Delta I\right)^2 + \left(\frac{\partial B_{theo}}{\partial d} \Delta d\right)^2 + \left(\frac{\partial B_{theo}}{\partial \mu_0} \Delta \mu_0\right)^2} \quad (8)$$

$$= \sqrt{\left(\frac{8\sqrt{5}\mu_0 n}{25d} \Delta I\right)^2 + \left(\frac{8\sqrt{5}\mu_0 I n}{25d^2} \Delta d\right)^2 + \left(\frac{8\sqrt{5} I n}{25d} \Delta \mu_0\right)^2} \quad (9)$$

$$= B_{theo} \sqrt{\left(\frac{\Delta I}{I}\right)^2 + \left(\frac{\Delta d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \mu_0}{\mu_0}\right)^2} \quad (10)$$

Den Wert  $B_{theo} = (3,5649 \pm 0,1430) \cdot 10^{-3} \text{ T}$  annimmt. Man stellt eine leichte Inkompatibilität des Messwertes mit dem theoretisch erwarteten Wert fest, die Fehlergrenzen überlappen sich nicht, die relative Abweichung vom theoretischen Wert beträgt 14,290%. Diese Abweichung könnte man durch etwaige andere Magnetfeldquellen abseits von der Helmholtzspule erklären, allerdings würde man dann bei ähnlicher Rotationsfrequenz für den Spannungswert den man bei der ersten Messung für das Magnetfeld ohne Helmholtzspule erhält einen im Absolutwert gleichen Versatz erwarten, das ist aber im Vergleich der Magnetfeldmessung ohne Kompensation mit den Induktionsspannungen durch Rotation (z. B. mit dem Wert Nr. 5 für 15 Hz in Tabelle 1) nicht der Fall. Auch die nicht ideale leichte Inhomogenität des Feldes um die Mitte der Helmholtzspule herum kann nicht für diese Diskrepanz verantwortlich sein, sie sollte wenn dann aufgrund der abnehmenden Feldliniendichte zu einem geringeren Wert führen, nicht aber zu einem höheren. Es muss noch eine andere Erklärung geben.

## Periodische Felder

Die für den periodischen Feldstrom bei verschiedenen Winkeln der Induktionsspule gemessene Spannung wird gegen die Winkel aufgetragen:

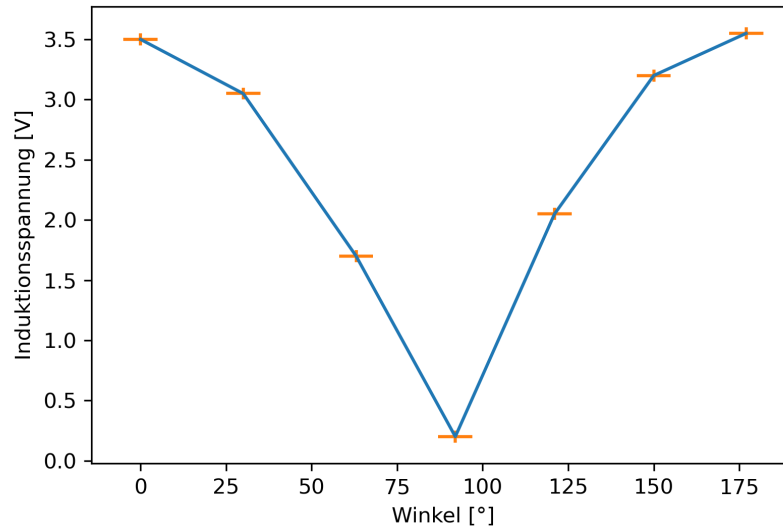


Abbildung 3: Induktionsströme durch zeitlich Variables Magnetfeld unter verschiedenen Induktionsspulenwinkeln

Die nach Gleichung (3) zu erwartende Cosinusform ist zu erkennen, allerdings betragsmäßig. Das ist der Tatsache geschuldet, dass Amplituden des Wechselstromes vermessen wurden, und die Richtung ohnehin oszilliert. Auch wäre nach dieser Gleichung bei einem Winkel von  $90^\circ$  zu erwarten dass keine Spannung mehr induziert wird, diese Abweichung ist wahrscheinlich auf eine leichte Ungenauigkeit bei der Einstellung des Winkels zurückzuführen, in diesem Bereich hat die Funktion ihre maximale Steigung und ist dementsprechend sehr sensitiv auf kleine Ungenauigkeiten.

Es soll nun das Verhältnis der induzierten und der angelegten Spannung aus Tabelle 4 gegen die Frequenz aufgetragen werden. Dazu wird jeder Wert der induzierten Spannungen durch  $(9,4 \pm 0,1)$  V geteilt, der neue Relativfehler ergibt sich durch Subtraktion der alten Relativfehler. Man erhält:

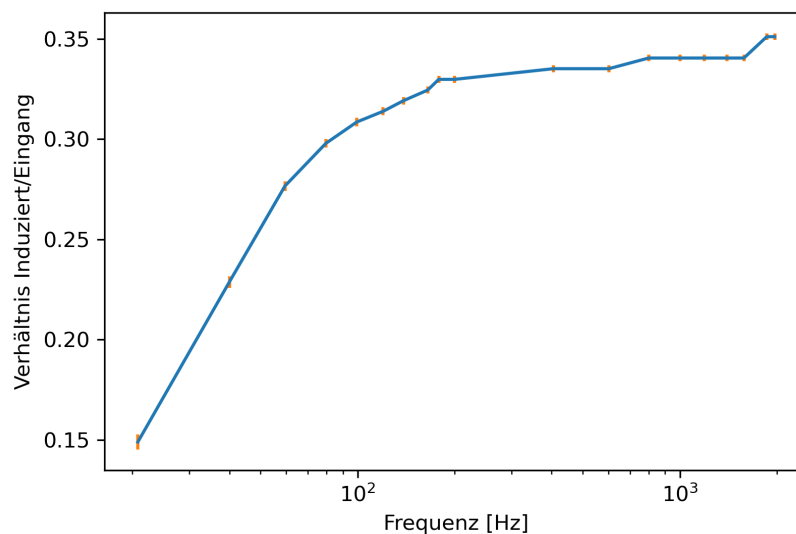


Abbildung 4: Die Spannungsübertragungseffizienz bei verschiedenen Frequenzen

Daraus wird erkennbar, dass die Effizienz der Spannungsübertragung in die Induktionsspule zunächst höherer Rotationsfrequenz steigt, der Effekt aber ab einem gewissen Punkt immer weiter stagniert. Der ansteigende Bereich ist auf den für kleine Rotationsfrequenzen noch relevanten ohmschen Widerstand der Spule zurückzuführen, er bewirkt

eine Verkleinerung und Phasenverschiebung gegenüber der Eingangsspannung<sup>1</sup>.

Schließlich wird der Widerstand der Induktionsspule, also das Verhältnis von Induktionsspannung zu Induktionsstrom aus der gleichen Tabelle gegen die Frequenz aufgetragen. Der Fehler ergibt sich auch hier wieder durch Subtraktion der Relativfehler. Es wird wieder mit dem ODR-Algorithmus gefittet:

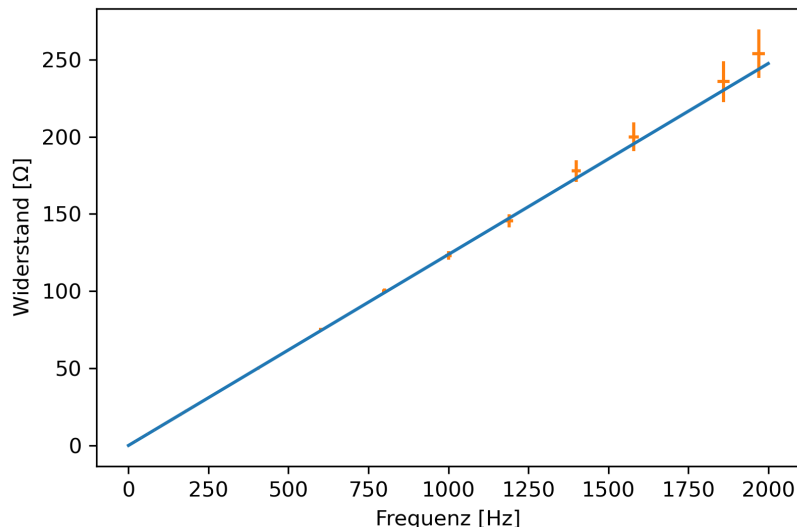


Abbildung 5: Der Induktionsspulenwiderstand gegen die Frequenz

Hierbei ist ein linearer Verlauf zu erkennen. Die Steigung dieser Geraden entspricht dem Produkt der Induktivität  $L$  der Spule mit  $2\pi$ , da gilt  $L = \frac{R}{\omega}$ . Die Steigung ergibt sich, mit Standardfehler, zu  $(0,1238 \pm 0,0004)$  H, damit erhält man  $L = (0,0197 \pm 0,0001)$  H.

## Erdmagnetfeld

Die hier genutzten Literaturwerte wurden dem Rechner unter <http://www-app1.gfz-potsdam.de/cgi-bin/igrfp1> am 16.03.2021 entnommen.

Es soll nun aus den Messungen zum Erdmagnetfeld der Betrag desselben bestimmt werden. Dazu wird die erste Messung ohne Kompensation herangezogen. Sie erfolgte in nördlicher Ausrichtung, da der Maximalausschlag aufgrund der Nord-Süd-Ausrichtung des Magnetfeldes so genau Aufschluss über seinen Betrag gibt. Zur Auswertung wird nun Gleichung (4) herangezogen. Damit ergibt sich mit der bekannten Fehlerrechnung für den Betrag  $|B| = (4,7708 \pm 0,1441) \cdot 10^{-5}$  T. Beim Vergleich mit dem Literaturwert von  $4,874 \cdot 10^{-5}$  T zeigt, dass die Werte im Fehlerbereich kompatibel sind. Die relative Abweichung beträgt  $-2,120\%$ .

Es soll nun neben dem Betrag außerdem die Aufteilung in die zum Erdboden tangentiale, oder horizontale, und die zum Erdboden normale, oder vertikale Komponente berechnet werden.

Es wird dazu aus dem Spulenstrom während der Kompensationsmessung die Komponente des Magnetfeldes in vertikale Richtung bestimmt: Da bei dieser Gegenfeldmethode die Wirkung des Magnetfeldes genau aufgehoben wurde, entsprechen sich die Beträge. Es wird dazu wieder die Helmholtzspulengleichung (s. o.) verwendet, so erhält man  $B_{vert} = (4,85433 \pm 0,18170) \cdot 10^{-5}$  T. Diese Größe entspricht dem Literaturwert von  $4,425 \cdot 10^{-5}$  T nicht mehr im Fehlerbereich, die relative Abweichung beträgt  $9,710\%$ . Der Wert ist auffälligerweise größer als der Betragswert - Dabei ist es nach der Dreiecksungleichung falsch, dass eine Komponente größer ist als der Gesamtbetrag. Die Fehlerbereiche der beiden Werte überlappen sich jedoch noch großzügig genug, sodass die Dreiecksungleichung unter Berücksichtigung der Ungenauigkeiten nicht verletzt werden muss.

Um die horizontale Komponente des Feldes zu berechnen, wird wie für die Berechnung des Gesamtbetrages die Induktionsspannung herangezogen, diesmal nach der Kompensation. Ein ergibt sich nach analoger Rechnung ein Wert für die horizontale Komponente von  $B_{hor} = (5,5660 \pm 0,4127) \cdot 10^{-6}$  T. Dieser Wert ist unerwartet klein. Der

<sup>1</sup>Vgl. Wagner, Jens: „Physikalisches Praktikum PAP 2.2 für Studierende der Physik“, 2019, S. 53



Vergleich mit dem Literaturwert von  $2,045 \cdot 10^{-5} \text{ T}$  zeigt eine relative Abweichung von  $-97,280 \%$ , die Ergebnisse sind nicht im Fehlerbereich kompatibel. Es ist aufgrund dieser enormen Abweichung von einem systematischen Fehler im Aufbau, oder aber der Auswertung auszugehen. Eine weitere Möglichkeit den hier gesuchten Wert zu bestimmen wäre die Anwendung des Satzes von Pythagoras. Durch die Zerlegung in die beiden orthogonalen Komponenten ließe sich die horizontale aus dem Gesamtbetrag des Feldes, und dem aus der Spulenstrommethode bestimmten Wert herleiten. Dies ergibt hier jedoch auch wenig Sinn, da wie bereits angesprochen auch der Betrag der vertikalen Komponente in einem äußerst unglaublichen Verhältnis zum Gesamtbetrag steht.

Um abschließend die Inklinationswinkel  $\varphi$  des Feldes, also die Neigung gegen die Tangentialebene zur Erdoberfläche zu berechnen, wird nach einfachen trigonometrischen Überlegungen der Arcustangens aus dem Quotienten der Vertikalkomponente und der Horizontalkomponente gebildet. Die Fehlerrechnung ergibt sich zu:

$$\Delta\varphi = \sqrt{\left(\frac{\partial\varphi}{\partial B_{vert}} \Delta B_{vert}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial B_{hor}} \Delta B_{hor}\right)^2} \quad (11)$$

$$= \sqrt{\left(\frac{B_{hor}}{B_{hor}^2 + B_{vert}^2} \Delta B_{vert}\right)^2 + \left(\frac{B_{vert}}{B_{hor}^2 + B_{vert}^2} \Delta B_{hor}\right)^2} \quad (12)$$

Was also insgesamt liefert:  $\varphi = (1,4566 \pm 0,0094) \text{ rad} = (83,4570 \pm 0,5389)^\circ$ . Beim Vergleich mit dem Literaturwert von  $65,200^\circ$  stellt man fest, dass die Werte im Fehlerbereich nicht kompatibel sind, die relative Abweichung vom Literaturwert beträgt  $28 \%$ .

## Diskussion

Bei der Auswertung des ersten Versuchsteils in [1](#) und [2](#) sowie im zweiten Teil bei [3](#) ist die Notwendigkeit eines Offsets auffällig, um die Datenpunkte gut fitten zu können. Besonders beim Plot gegen die Frequenz wird der Y-Achsenabschnitt größer 0 deutlich, beim Plot gegen den Strom ist er schwerer erkennbar, aber vorhanden. Dies ist verwunderlich, da man in beiden Diagrammen aufgrund der linearen Beziehungen zur Frequenz, beziehungsweise dem Strom, ein Durchschreiten des Ursprungs erwarten würde. Beim Diagramm über den Strom kommt noch die statistische Messungenauigkeit in Betracht, beim Diagramm über die Frequenz jedoch ist der Achsenabschnitt zu groß, und die Lage der Messpunkte auf der Geraden mit Offset zu akkurat, um die Verschiebung auf statistische Ungenauigkeiten zurückzuführen. Man könnte an eine systematische Verschiebung der Nullspannung denken, jedoch ist dies aufgrund der Differenzmessung über die Peak-to-Peak-Spannung ausgeschlossen. An den weiteren Ergebnissen ändert eine systematische Verschiebung aber auch nichts, wenn sie mit einem entsprechenden Offset im Fit kompensiert wird, da ohnehin nur die Steigung der Geraden ausgewertet wurde.

Als eine mögliche Erklärung für diese Abweichungen von der Nullspannung kommt das Erdmagnetfeld in Frage, welches, wie im letzten Versuchsteil gezeigt, auch ohne Helmholtzspulenstrom für Induktionseffekte sorgt. Bei der Auftragung gegen die Frequenz jedoch, also bei der Nullfrequenz effektiv ohne Bewegung der Induktionsspule, kann das als konstant anzunehmende Erdmagnetfeld nicht mehr die Erklärung sein. Hier kommen nur störende, zeitlich variierende magnetische Wechselfelder in Betracht, wie sie vielleicht durch Wechselstromfluss in Netzkabeln o. Ä. induziert werden könnten.

Auch interessant ist, dass das Minimum des Graphen [3](#) bei der Auftragung der Spannung bei periodischem Wechselstrom gegen den Winkel, wie aufgrund von Gleichung (3) zu erwarten, nicht bei Null liegt. Man würde hier bei einer Stellung parallel zu den Feldlinien der Helmholtzspule keine Induktion mehr erwarten. Auch dieser Effekt lässt sich wegen der unbewegten Induktionsspule nur durch zeitlich variierende Magnetfelder erklären (s. o.), die nicht entlang des homogenen Helmholtzfeldes verlaufen. In Betracht käme auch die nicht perfekte Homogenität des Helmholtzspulenfeldes um die Mitte, allerdings sollten die Effekte durch die leichte Inhomogenität der Feldlinien sich aufgrund ihrer Symmetrie aufheben. Gut möglich ist aber auch eine schlichte Ungenauigkeit in der Einstellung des Winkels: Der Cosinus ist aufgrund seiner starken Neigung diesem Winkelbereich sehr sensitiv gegenüber leichten Ungenauigkeiten, um diese Auswirkungen zu minimieren müssten mehrere Messungen vorgenommen und gemittelt werden.

Betrachtet man nun die Ergebnisse der Berechnungen zum Erdmagnetfeld, so fallen beim Absolutbetrag nur leichte Abweichungen auf. Es gab bereits in den vorherigen Versuchsteilen eine leichte Abweichung der gemessenen Felder von der theoretischen Erwartung für die Helmholtzspule, allerdings sind diese Abweichungen jeweils in verschiedene Richtungen. Daher ist es nicht sinnvoll, etwa eine weitere Messung des Verhältnisses der erwarteten und gemessenen Feldwerte in der Helmholtzspulenmitte in Nordausrichtung durchzuführen, um so einen Korrekturbeziehungsweise Eichfaktor zu erhalten.

Außerdem ist bei der Ausrichtung der Apparatur nach Norden zu beachten, dass das Erdmagnetfeld eine leichte Verdrehung, die Deklination, meist nach Osten aufweist. Da beim Versuch aber ohnehin ein Kompass genutzt wurde, um die Ausrichtung zu bestimmen, zeigte der Aufbau im Rahmen der Messgenauigkeit entlang dieser Verdrehung, wodurch die gemessene Horizontalkomponente gleich der totalen Horizontalkomponenten, und nicht etwa der Komponenten in Nord-Süd-Richtung entsprach.

Sehr auffällig bei den Messungen der Magnetfelder ist wohl die verhältnismäßige Größe es erhaltenen Wertes der Vertikalkomponente des Magnetfeldes gegenüber seinem Absolutbetrag. Es ergibt wie schon beschrieben gemäß der Dreiecksungleichung keinen Sinn, dass eine Teilkomponente größer ist als der Absolutbetrag des Feldes. Auch die enorm geringe Horizontalkomponente ist unglaublich und inkompatibel mit der Literatur. Zwar würde eine Vertikalkomponente, die fast so groß ist wie der Absolutbetrag auf eine sehr geringe Horizontalkomponente führen, jedoch ist diese Argumentation hier nicht sinnvoll, da die Vertikalkomponente und der Betrag wie besprochen inkompatibel sind. Lediglich der Absolutwert entspricht hier annähernd der Erwartung.

Diese Unstimmigkeit der Wert dürfte auch die enorme Abweichung der errechneten Inklination vom Literaturwert erklären. Außerdem ist die verwendete Formel über den Arcustangens und das Verhältnis mit dem Horizontalwert im Nenner sehr sensitiv schon gegenüber kleinen Ungenauigkeiten des Wertes des Horizontalkomponente.

Insgesamt sind die Ergebnisse eher unbefriedigend, die Abweichungen von den Literaturwerten sind zu groß, als dass man davon ausgehen könnte keine systematischen Fehler vorliegen zu haben, selbst unter Beachtung der teilweise starken Anfälligkeiten für kleine Messfehler. Von den leichten Abweichungen im ersten Teil, über die Abweichungen in den Y-Achsenabschnitten, bis zu den groben Inkompatibilitäten bei der Bestimmung des Erdmagnetfeldes sind noch einige systematische Fehler zu korrigieren, deren Ursache leider noch nicht festgestellt werden konnte - Es wurden lediglich bestimmte Effekte als Fehlerquellen ausgeschlossen.